



**Universidad Nacional Mayor de San Marcos**

**Universidad del Perú. Decana de América**

Facultad de Ciencias Matemáticas

Escuela Académica Profesional de Matemática

**Soluciones locales, globales y explosión en tiempo finito  
para la ecuación semilineal de Klein-Gordon**

**TESIS**

Para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática

**AUTOR**

Juan Carlos ROJAS COLUNCHE

**ASESOR**

Víctor Rafael CABANILLAS ZANNINI

Lima, Perú

2013

## RESUMEN

### SOLUCIONES LOCALES, GLOBALES Y EXPLOSIÓN EN TIEMPO FINITO PARA LA ECUACIÓN SEMILINEAL DE KLEIN-GORDON

JUAN CARLOS ROJAS COLUNCHE

FEBRERO - 2013

Orientador: Dr. Víctor Rafael Cabanillas Zannini.

Título Obtenido: Licenciado en Matemática.

---

Hacemos un estudio de la existencia y unicidad de soluciones para un problema semilineal abstracto asociado a la ecuación semilineal de Klein-Gordon

$$u_{tt} - \Delta u + mu = g.$$

Las herramientas básicas que utilizamos son los espacios funcionales vectoriales y resultados de la Teoría de Semigrupos, como por ejemplo el Teorema de Hille-Yosida.

En la segunda parte estudiamos la caracterización de las soluciones débiles asociadas a un problema semilineal bastante general modelado sobre un espacio de Banach  $X$ , probándose la existencia local de soluciones y el comportamiento general de las mismas.

En la tercera parte, que constituye la parte principal y el objetivo del trabajo, introducimos el operador de onda definido en  $H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega)$ , como también su formulación débil  $L^2(\Omega) \times H^{-1}(\Omega)$ . Estudiamos la existencia y unicidad local de soluciones para el problema semilineal asociado, aplicando los resultados generales de las secciones anteriores. También estudiamos condiciones suficientes para el estudio del comportamiento de tales soluciones. Este bien puede ser la existencia global o la explosión de las mismas en un intervalo finito.

PALABRAS CLAVE: ECUACIÓN DE KLEIN-GORDON  
ESPACIOS FUNCIONALES  
SOLUCIONES GLOBALES  
EXPLOSIÓN EN TIEMPO FINITO

## ABSTRACT

LOCAL SOLUTIONS, GLOBAL SOLUTIONS AND BLOW-UP IN FINITE TIME  
FOR THE SEMILINEAR KLEIN-GORDON EQUATION.

JUAN CARLOS ROJAS COLUNCHE

FEBRUARY - 2013

Adviser: Dr. Víctor Rafael Cabanillas Zannini.

Obtained Degree: Bachelor's Degree.

---

We study existence and uniqueness of solutions for a semilinear problem associated to the semilinear Klein-Gordon equation

$$u_{tt} - \Delta u + mu = g.$$

Basic tools we use are functional vectorial spaces and results from Semigroups Theory, like Hille-Yosida Theorem.

In the second part we study the characterization of weak solutions associated to a general semilinear problem modeled on a Banach space  $X$ , proving local existence and some general behavior of them. In the third part, which is the main part and the objective of this work, we introduce the Klein-Gordon operator defined on  $H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega)$  and its weak form on  $L^2(\Omega) \times H^{-1}(\Omega)$ . We prove existence and uniqueness of solutions for the semilinear problem associated by using the general results given before. We work out on enough conditions for solutions's behavior too. This could be either global existence or blow-up in finite time.

KEY WORDS: KLEIN-GORDON EQUATION  
FUNCTIONAL SPACES  
GLOBAL SOLUTIONS  
BLOW-UP IN FINITE TIME